

## Devoir surveillé 1

### Consignes

- Cette épreuve contient **5 questions** équipondérées (durée : **1 h**)
- Calculatrice "collège" autorisée.
- Prière d'expliciter vos solutions et raisonnements.

### Exercice 1

- a) Ordonner les ensembles de nombres  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{D}$ ,  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{Z}$  du plus petit au plus grand en précisant leur nom.
- b) Écrire sous forme de fraction le nombre dont le développement décimal est  $0,123\overline{456}$ .

### Exercice 2

Simplifier au maximum les expressions suivantes.

- |  |  |   |
|--|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>a) <math>\sqrt{2}^{\log_2 9}</math></li> <li>b) <math>\log_2 3 \cdot \log_3 4</math></li> </ol> |  | <ol style="list-style-type: none"> <li>c) <math>\log_6 4 + \log_6 9</math></li> <li>d) <math>\log_{\frac{1}{2}} e^{\ln 2}</math></li> </ol> |
|--|--|---|

### Exercice 3

Vrai ou faux pour trois réels strictement positifs  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ? Justifiez vos réponses.

- a)  $(a^b)^c = a^{b+c}$
- b)  $(a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c$
- c) Si  $a$  et  $b$  sont rationnels, alors  $a^b$  est rationnel.
- d) Si  $a$  et  $b$  sont irrationnels, alors  $a^b$  est irrationnel.

### Exercice 4

- a) Établir l'identité, pour  $a, b > 0$  et  $n \neq 0$  :  $\log_{a^n}(b) = \frac{1}{n} \log_a(b)$ .
- b) Déterminer toutes les valeurs de  $x \in \mathbb{R}$  pour lesquelles  $e^x + e^{-x} = 1$ .

### Exercice 5

Le carbone 14 ( $^{14}\text{C}$ ) est un isotope radioactif du carbone qui se retrouve naturellement en proportion infime (de l'ordre de  $10^{-12}$ ) dans tout tissu vivant. À la mort de l'organisme, cette proportion décroît de façon exponentielle.

- a) Sachant que le temps de demie-vie (= durée nécessaire pour que la quantité présente soit réduite de moitié) du carbone 14 est d'environ 5730 ans, donner une formule pour la proportion de  $^{14}\text{C}$  dans un organisme  $t$  année après sa mort.
- b) On découvre un fossile dans lequel on mesure une proportion  $10^{-42}$  de carbone 14.  
Quel âge lui attribuez-vous ?